

Prąd elektryczny



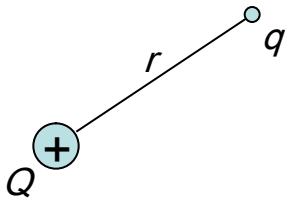
KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Elektryczna energia potencjalna i potencjał

Elektryczna energia potencjalna jest związana z rozmieszczeniem ładunków w przestrzeni. Jeśli w sąsiedztwie ładunku Q umieścimy (dodatni) ładunek próbny q , to doświadczy on działania siły odpychającej, z czego wynika, że umieszczenie go tam wymagało wykonania pracy. Oznacza to, że ładunek próbny q znajdujący się w pobliżu ładunku Q będzie posiadał energię potencjalną. Wartość elektrycznej energii potencjalnej E_p dla układu dwóch ładunków oddległych od siebie o r wynosi:



$$E_p = k \frac{Qq}{r}$$

W elektrostatyce stosuje się pojęcie **potencjału elektrycznego**. Potencjał oznaczamy symbolem V i definiujemy jako stosunek energii potencjalnej do jednostkowego ładunku. Tak więc potencjał pochodzący od ładunku Q dany jest równaniem:

$$V = \frac{E_p}{q} = k \frac{Q}{r}$$

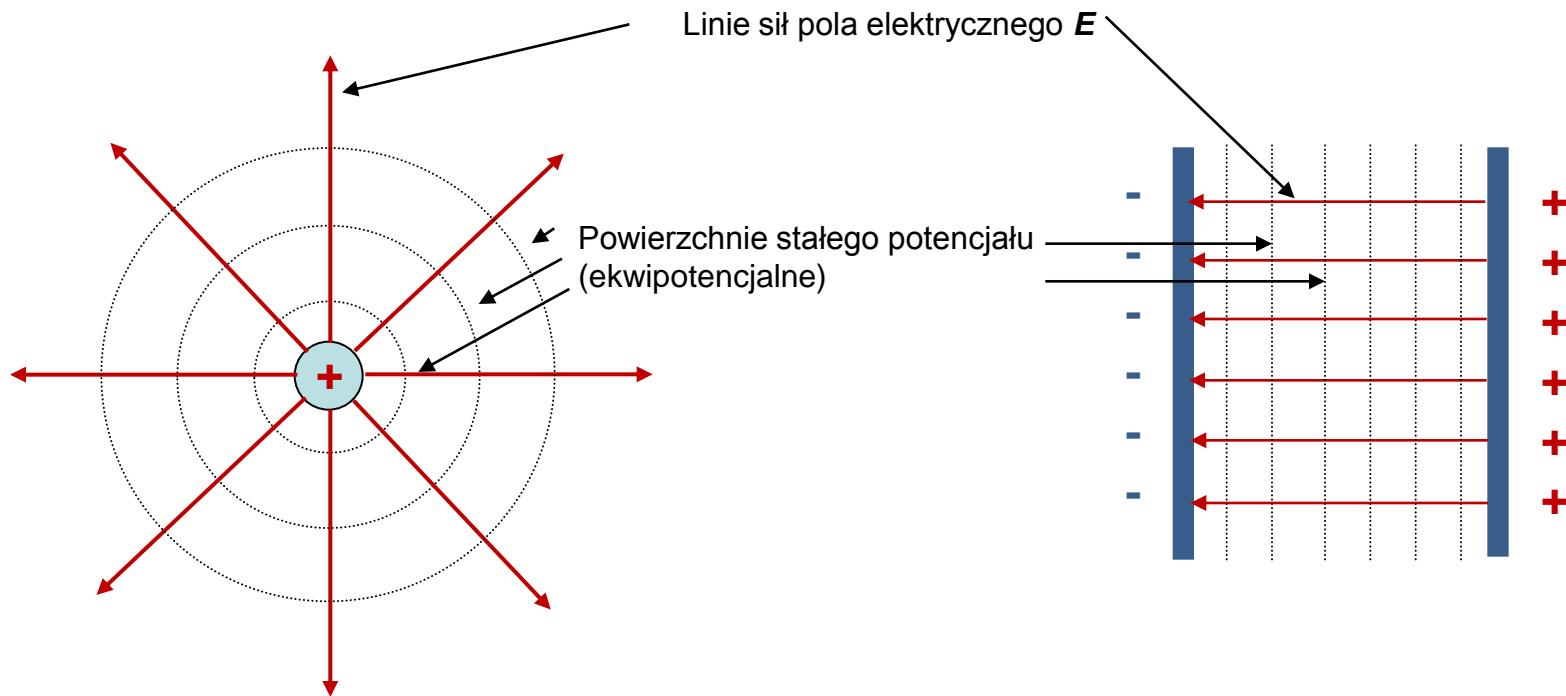
Należy pamiętać, że potencjał elektryczny (podobnie jak energia potencjalna) jest **wielkością skalarną**, w przeciwieństwie do natężenia pola elektrycznego, które jest wektorem. Jednostką energii potencjalnej jest dżul – 1J. Jednostką potencjału jest wolt – 1V.

Elektryczna energia potencjalna i potencjał

Podobnie jak w przypadku mechanicznej energii potencjalnej, wybór poziomu zera elektrycznej energii potencjalnej (jak również potencjału elektrycznego) jest dowolny. Tak więc, w wielu przypadkach mówimy o **różnicy potencjału ΔV** , a nie o jego wartości bezwzględnej. **Różnica potencjału pomiędzy dwoma punktami jest równa pracy jaką należy wykonać przeciwko polu elektrycznemu przenosząc ładunek q , podzielonej przez ten ładunek.** Różnicę potencjału nazywamy **napięciem** i oznaczamy symbolem **U** .

Powierzchnię utworzoną z punktów pola elektrycznego o równym potencjale nazywamy powierzchnią ekwipotencjalną. Linie pola elektrycznego są zawsze prostopadłe do powierzchni ekwipotencjalnej. Praca wykonywana przy przeniesieniu ładunku w obrębie jednej powierzchni ekwipotencjalnej wynosi zero.

Najczęściej przyjmuje się nieskończoność jako punkt, w którym energia potencjalna i potencjał wynoszą zero.



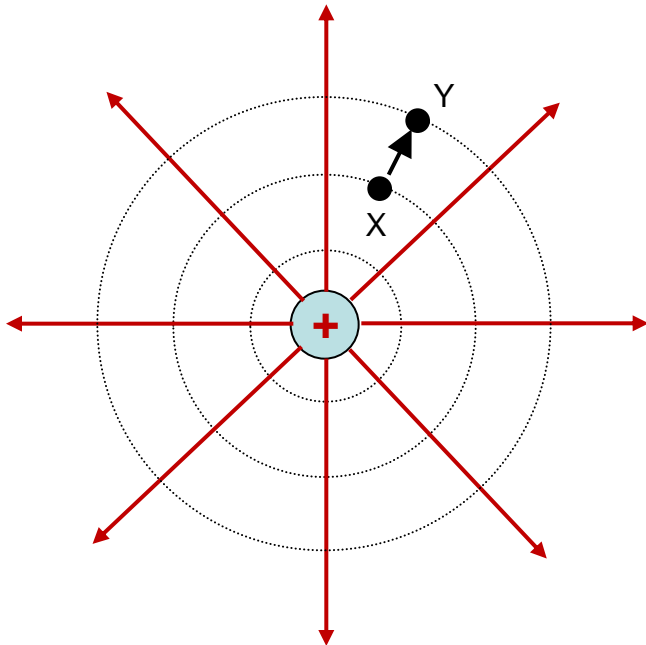
Elektryczna energia potencjalna i potencjał

Praca wykonana przez siły zewnętrzne przy przesunięciu ładunku q z punktu X do punktu Y wynosi:

$$W_{X \rightarrow Y} = E_{p,Y} - E_{p,X} = q(V_Y - V_X) = qU_{XY}$$

W przypadku ładunku punktowego Q obliczenie pracy przy przesunięciu ładunku q z punktu X do Y korzystając z definicji $W = F \cdot r$ jest trudne bo $F(r) = qE(r) = kqQ/r^2$ – czyli siła nie jest stała na odcinku XY. Obliczenie pracy korzystając z pojęcia energii potencjalnej wydaje się nieuniknione

$$W_{X \rightarrow Y} = q(V_Y - V_X) = kqQ \left(\frac{1}{r_Y} - \frac{1}{r_X} \right)$$



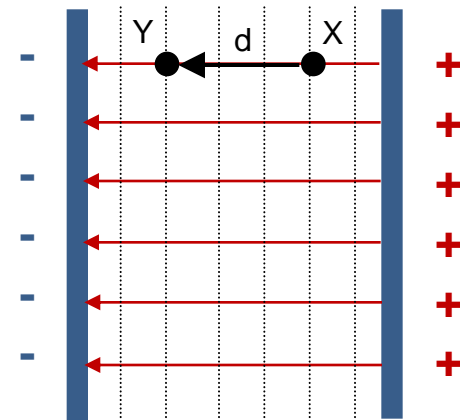
W przypadku kondensatora płaskiego, pomiędzy okładkami którego pole elektryczne jest jednorodne:

$$W_{X \rightarrow Y} = qU_{XY}$$

$$W_{X \rightarrow Y} = Fd = qEd$$

Porównując dwa powyższe wyrażenia dostajemy:

$$qU_{XY} = qEd \Leftrightarrow U_{XY} = Ed$$



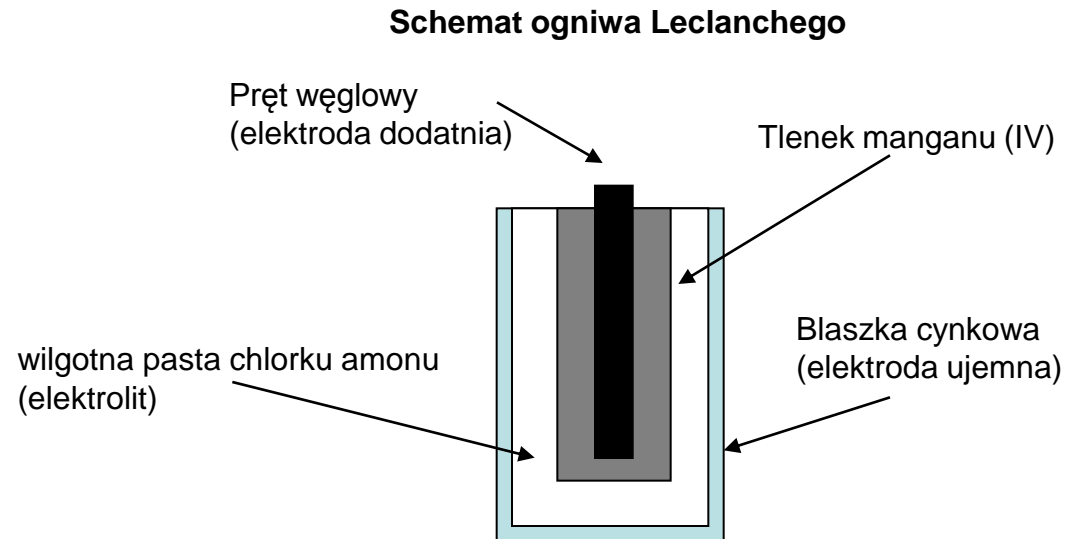
Siła elektromotoryczna, ogniwa

Ładunki elektryczne będą poruszać się od jednego punktu do drugiego jeśli między tymi punktami będzie występować niezerowa różnica potencjału (niezerowe napięcie). Jest to równoważne istnieniu siły elektrycznej, powodującej ruch naładowanych ciał. Jednym z najprostszych sposobów kontrolowanego wytworzenia różnicy potencjałów między ściśle określonymi punktami jest zastosowanie źródeł energii elektrycznej np. w postaci ogniw chemicznych (galwicznych).

Ogniwo chemiczne jest to układ dwóch elektrod zanurzonych w elektrolicie. W wyniku reakcji chemicznych ładunki elektryczne przenoszone są z jednej elektrody na drugą wbrew siłom pola elektrycznego. Wytworzone w ten sposób napięcie nazywamy **siłą elektromotoryczną (SEM)** i oznaczamy ε . Słowo siła ma znaczenie historyczne i pierwotnie odnosiło się do czynnika rozdzielającego ładunki ujemne i dodatnie. Siła elektromotoryczna równa się napięciu (różnicy potencjałów) na elektrodach, gdy przez ogniwo nie płynie prąd. Jednostką SEM jest [V].

Ogniwa chemiczne mogą mieć różną budowę i tak wyróżniamy m.in.:

- ogniwo Daniella
- ogniwo Volty
- ogniwo Leclanchego



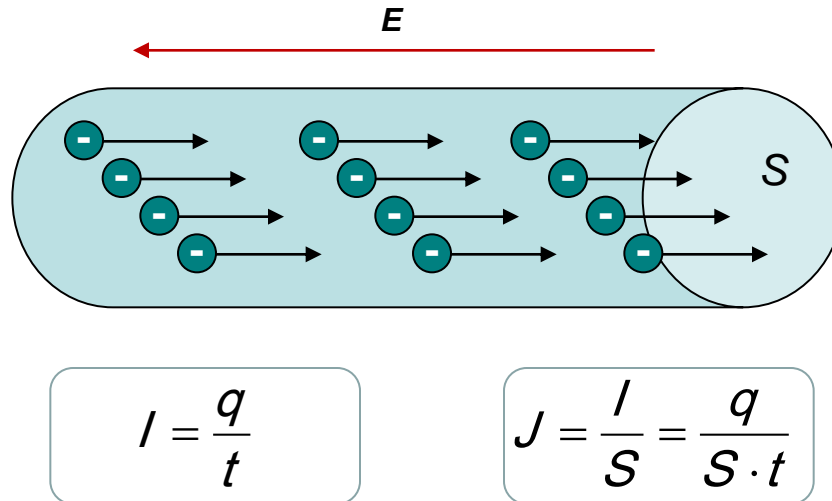
Prąd elektryczny

Siła elektromotoryczna może wywołać przepływ ładunku elektrycznego. Przepływ ładunku nazywamy **prądem elektrycznym**. Substancje, w których łatwo płynie prąd elektryczny nazywamy **przewodnikami** (w przeciwieństwie do izolatorów, które prądu nie przewodzą).

Natężeniem prądu elektrycznego nazywamy stosunek ładunku przepływającego przez wyznaczoną powierzchnię do czasu przepływu ładunku. Natężenie prądu oznaczmy symbolem I .

Jednostką natężenia prądu elektrycznego jest **amper**, oznaczany symbolem [A].

Czasami wygodne jest użycie pojęcia gęstości prądu j . Określa natężenie prądu elektrycznego przypadające na jednostkę powierzchni przekroju poprzecznego przewodnika. Gęstość prądu podajemy w [A/m²]



Ładunki w przewodniku (elektrony) nie poruszają się idealnie wzdłuż linii sił pola elektrycznego. W przypadku braku pola elektrycznego ruch elektronów jest chaotyczny a włączenie pola elektrycznego nie powoduje, że ruch staje się prostoliniowy. Ruch ciągle jest chaotyczny ale na chaotyczny ruch nałożone jest powolne przesuwanie się elektronów zgodnie z siłą elektrostatyczną. Taką średnią prędkość elektronów nazywamy prędkością dryfu lub prędkością unoszenia. Przykładowa prędkość unoszenia w przewodniku jest rzędu $v_d \sim \text{mm/s}$.



Opór elektryczny

W przewodniku poruszające się ładunki (są nimi zazwyczaj elektrony) napotykają podczas przepływu prądu na opór. Jego miarą jest **opór elektryczny (rezystancja)**, oznaczany symbolem **R** .

Jednostką oporu elektrycznego jest 1 om oznaczany symbolem $[\Omega]$.

Odwrotność rezystancji czyli oporu to konduktancja czyli przewodność. Jednostką jest 1 Siemens.

Związek pomiędzy napięciem V , natężeniem I oraz oporem R opisany jest przez **prawo Ohma**:

$$I = \frac{U}{R}$$

Prawo Ohma stwierdza, że natężenie prądu płynącego w obwodzie jest wprost proporcjonalne do napięcia, a stała proporcjonalności jest odwrotność oporu elektrycznego. Prawo to stosuje się do wielu materiałów, ale należy pamiętać że nie zawsze jest spełnione. Istnieją materiały które nie wykazują oporu elektrycznego (nadprzewodniki) oraz takie, które wykazują opór ujemny.

Opór elektryczny zależy nie tylko od materiału z jakiego wykonany jest przewodnik ale również od jego kształtów. Im większa długość przewodnika l tym większy opór R , im większy przekrój poprzeczny S tym opór R mniejszy. Wygodną wielkością opisującą opór elektryczny dla materiału bez uwzględnienia jego kształtów jest oporność właściwa ρ . Jednostką oporności właściwej jest $[\Omega \cdot m]$.

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

Opór elektryczny przewodnika zależy od temperatury. Zależność łącząca wartość oporu R_0 w temperaturze t_0 i wartość oporu R w temperaturze t przedstawiona jest poniżej. α oznacza współczynnik temperaturowy

$$R = R_0 [1 + \alpha(t - t_0)]$$

Praca i moc

Prąd elektryczny przepływając przez obwód elektryczny wywołuje różne w nim skutki, np. podczas przepływu prądu przez opornik, temperatura opornika wzrasta. Wydzielone w ten sposób ciepło nazywamy ciepłem Joula-Lentza i opisujemy następującym wzorem:

$$Q = R \cdot I^2 \cdot t$$

gdzie Q – ciepło Joula-Lentza, R – opór rezystora, I – natężenie prądu przepływającego przez rezystor, t – czas przepływu prądu.

W ogólności możemy napisać, że prąd o natężeniu I przepływający przez rezystor R wykonuje pracę W . Wartość tej pracy równa jest wydzielonemu ciepłu. Energia prądu elektrycznego zamieniła się w energię wewnętrzną rezystora.

$$Q = W = R \cdot I^2 \cdot t = U \cdot I \cdot t = U^2 \cdot t / R$$

Praca W wykonywana w jednostce czasu t nazywana jest mocą P .

$$P = R \cdot I^2 = U \cdot I = U^2 / R$$

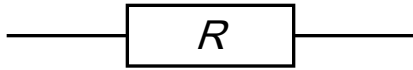
Jednostką pracy jest dżul [J], $1\text{J} = 1\text{V} \cdot 1\text{A} \cdot 1\text{s}$

Jednostką mocy jest wat [W], $1\text{W} = 1\text{V} \cdot 1\text{A}$

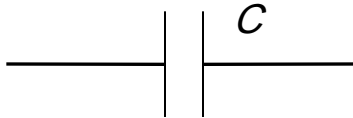
Czasami podaje się pracę prądu w kilowatogodzinach [kWh] $1\text{kWh} = 1\text{kW} \cdot 1\text{h} = 3.6\text{MJ}$

Obwód elektryczny

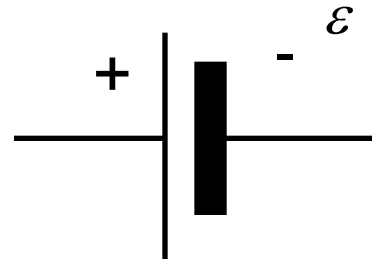
Obwód elektryczny to układ źródeł prądu, przewodników, aktywnych i pasywnych elementów elektrycznych. Najprostsze elementy obwodu elektrycznego przedstawiono poniżej:



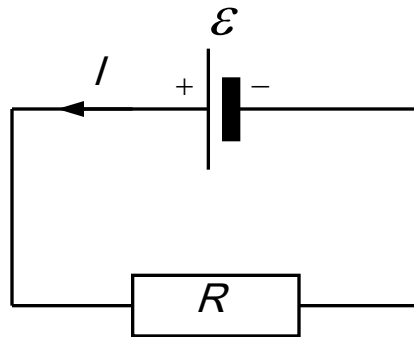
Rezystor (opornik) – najprostszy element rezystancyjny. Spadek napięcia na zaciskach jest wprost proporcjonalny do płynącego przez opornik prądu. $U = R \cdot I$



Kondensator – układ dwóch okładek z przewodników rozdzielonych dielektrykiem. Cechą charakterystyczną jest pojemność – zdolność do gromadzenia ładunków.



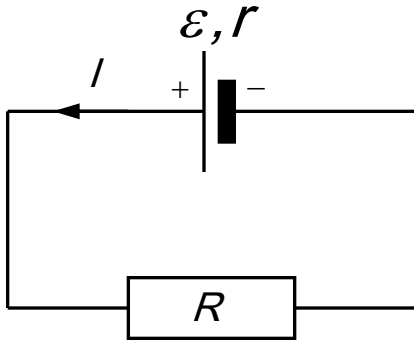
Źródło prądu np. ogniwo chemiczne.



Obwód elektryczny z ogniwem o sile elektromotorycznej \mathcal{E} , opornikiem o oporze R , w którym płynie prąd o natężeniu I .

Kierunek prądu elektrycznego jest przeciwny do kierunku ruchu elektronów. Jest to związane z historycznym przekonaniem, że nośniki ładunku w przewodniku mają znak dodatni.

Połączenia ogniwi



Prawo Ohma dla całego obwodu:

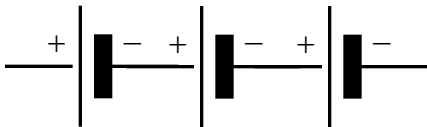
$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

Napięcie na końcach ogniwa:

$$U = \varepsilon - Ir$$

ε - SEM ogniwa, I – natężenie prądu, R – opór zewnętrzny, r – opór wewnętrzny ogniwa, U – napięcie na końcach ogniwa. Jeśli $R=0$ to przez obwód płynie prąd o maksymalnym natężeniu tzw. prąd zwarcia.

Połączenie szeregowe :

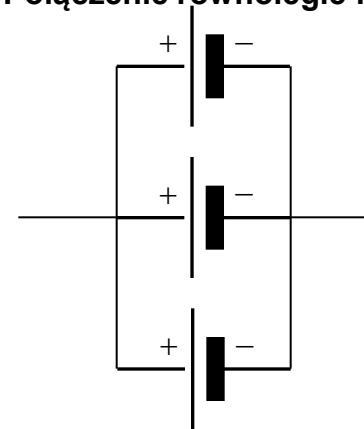


$$\varepsilon = n\varepsilon_1$$

$$r = nr_1$$

ε - wypadkowa SEM połączonych ogniwi, ε_1 - SEM pojedynczego ogniwa
– opór wewnętrzny połączonych ogniwi, r_1 – opór wewnętrzny pojedynczego ogniwa

Połączenie równoległe :



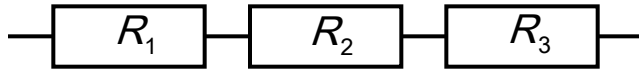
$$\varepsilon = \varepsilon_1$$

$$r = r_1 / n$$

Połączenia oporników

Obliczanie oporu zastępczego układu oporników

Połączenie szeregowe :



$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

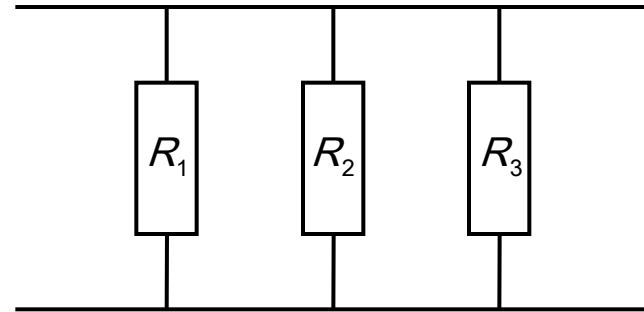
Prąd płynący w każdym z oporników jest taki sam, a napięcie na układzie oporników jest sumą napięć na poszczególnych opornikach *stąd*:

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots$$

$$RI = R_1I + R_2I + R_3I + \dots$$

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

Połączenie równoległe :



$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

Napięcie na każdym z oporników jest takie samo, a prąd płynący przez układ oporników jest sumą prądów płynących przez każdy z oporników więc:

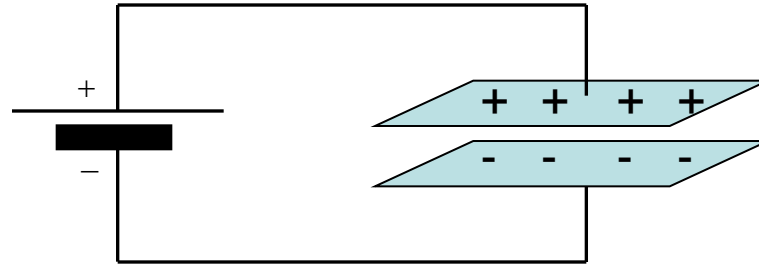
$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$$

$$\frac{U}{R} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3} + \dots$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

Kondensatory

Kondensator jest elementem gromadzącym ładunek elektryczny na dwóch przewodnikach nazywanych okładkami.



Jeżeli kondensator zostanie podłączony do źródła siły elektromotorycznej, to na jego okładkach zgromadzą się ładunki o przeciwnym znaku i jednakowej wartości. Zdolność kondensatora do gromadzenia ładunku określa jego **pojemność elektryczna** oznaczana symbolem **C**. Pojemność definiuje się przez stosunek ładunku zgromadzonego na jednej okładce do napięcia pomiędzy okładkami.

$$C = \frac{Q}{U}$$

Jednostką pojemności elektrycznej jest **farad** oznaczany symbolem [F] (1F=1 kulomb/1 wolt)

Kondensator o pojemności C naładowany do napięcia U posiada zmagazynowaną energię równą:

$$E_C = \frac{CU^2}{2}$$

lub, podstawiając $U = Q/C$:

$$E_C = \frac{Q^2}{2C}$$

Kondensator płaski

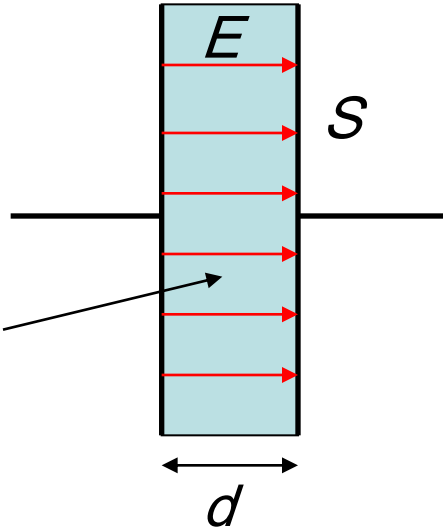
Pomiędzy okładkami kondensatora płaskiego natężenie pola E jest jednorodne i jego wartość wynosi:

$$E = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}$$

Różnica potencjałów pomiędzy okładkami wynosi:

$$U = E \cdot d$$

Przestrzeń pomiędzy okładkami wypełniona jest dielektrykiem o względnej przenikalności ε



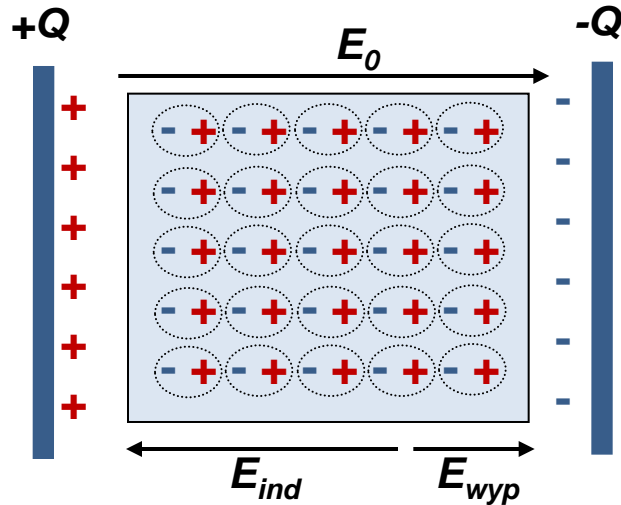
Pojemność kondensatora płaskiego, w którym odległość pomiędzy okładkami wynosi d , a powierzchnia okładki wynosi S , jest równa:

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$$

Kondensator płaski

Dlaczego pojemność kondensatora z dielektrykiem jest większa niż kondensatora powietrznego?

Rozważmy kondensator, na którego okładkach znajduje się ładunek Q . Pomiędzy okładkami wartość natężenia pola elektrycznego wynosi E_0 . Jeśli pomiędzy okładkami znajdzie się dielektryk to pole elektryczne wytworzy w dielektryku dipole elektryczne, które wytwarzają pole elektryczne o natężeniu E_{ind} i kierunku przeciwnym do pola E_0 . Tym samym wypadkowe pole elektryczne, a z nim napięcie między okładkami będzie mniejsze. Skoro $E_{wyp} < E_0$ to $U_0 > U_{wyp}$

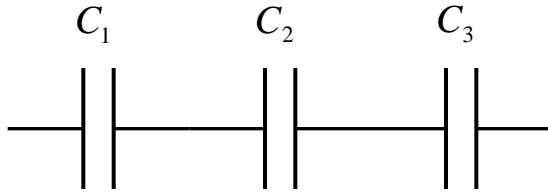


$$\frac{E_0}{E_{wyp}} = \varepsilon$$

Połączenia kondensatorów

Obliczanie pojemności zastępczej układu kondensatorów

Połączenie szeregowe:

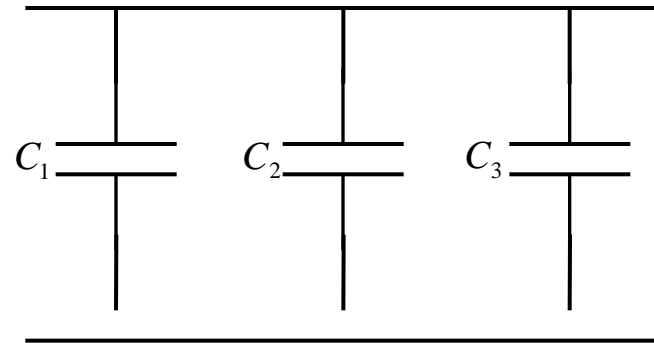


$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$$

Ładunek na każdym kondensatorze jest taki sam.

$$U = U_1 + U_2 + U_3$$
$$\frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}$$
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

Połączenie równoległe:



$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$

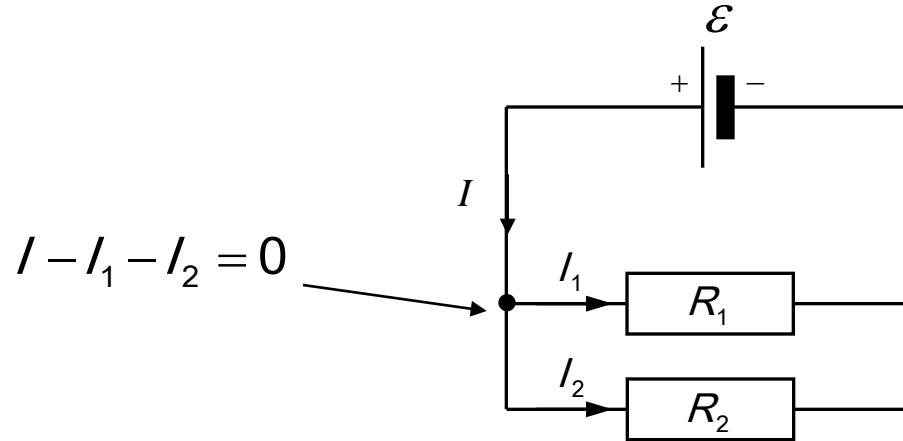
Napięcie na każdym kondensatorze jest takie samo.

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$
$$CU = C_1U + C_2U + C_3U$$
$$C = C_1 + C_1 + C_1$$

Prawa Kirchoffa

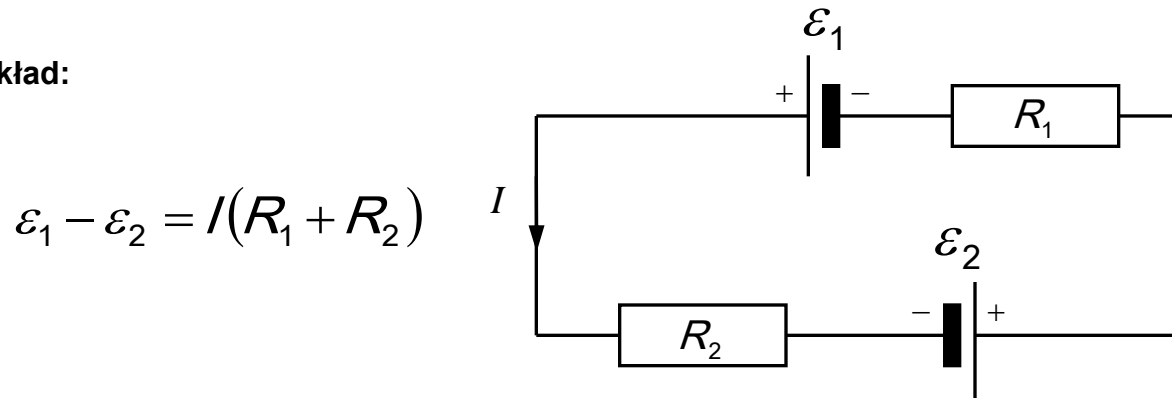
Pierwsze prawo Kirchoffa: Algebraiczna suma natężeń prądów schodzących się w węzle jest równa zero.

Przykład:



Drugie prawo Kirchoffa: Suma iloczynów natężeń prądów i oporów jest równa jest równa sumie sił elektromotorycznych działających w obwodzie zamkniętym.

Przykład:



Przykłady

Zadanie 1

Główne wyładowanie w piorunie trwa około $100\mu\text{s}$. Jaki ładunek przenosi wyładowanie główne, jeśli przyjmiemy, że średnie natężenie prądu było równe $20\,000\text{ A}$?

$$Q = I \cdot t = 20\,000\text{ A} \cdot 0.0001\text{ s} = 2\text{ A} \cdot \text{s} = 2\text{ C}$$

Zadanie 2

W jakim czasie przepłynie ładunek 100 C przez opornik o oporze 6Ω przy napięciu 10 V ?

$$t = \frac{Q}{I} = \frac{QR}{U} = \frac{100\text{ C} \cdot 6\Omega}{10\text{ V}} = 60 \frac{\text{C} \cdot \frac{\text{Vs}}{\text{C}}}{\text{V}} = 60\text{ s}$$

Zadanie 3

Opór właściwy złota jest równy około $\rho = 2 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$. Jaki jest opór złotej ścieżki o długości $l = 7\text{ cm}$, grubości $h = 35\mu\text{m}$ i szerokości $d = 2\text{ mm}$?

$$R = \frac{\rho l}{S} = \frac{\rho l}{dh} = \frac{2 \cdot 10^{-8} \cdot 7 \cdot 10^{-2}}{35 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-4}} \Omega = 0.2\Omega$$

Przykłady

Zadanie 4

Jaka jest największa wartość prądu jaki można czerpać z trzech połączonych szeregowo ogniw o SEM $\varepsilon=1.5V$ i oporze wewnętrznym $r=1\Omega$ każde ?

$$I = \frac{3\varepsilon}{3r} = \frac{1.5V}{1\Omega} = 1.5A$$

Zadanie 5

Dielektryk o względnej przenikalności ε umieszczono w zewnętrznym jednorodnym polu elektrycznym o natężeniu E_0 . Ile wynosi natężenie pola indukowanego w dielektryku?

$$\left. \begin{array}{l} \frac{E_0}{E_{wyp}} = \varepsilon \\ E_{wyp} = E_0 - E_{ind} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{E_0}{\varepsilon} = E_0 - E_{ind} \Leftrightarrow E_{ind} = E_0 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}$$

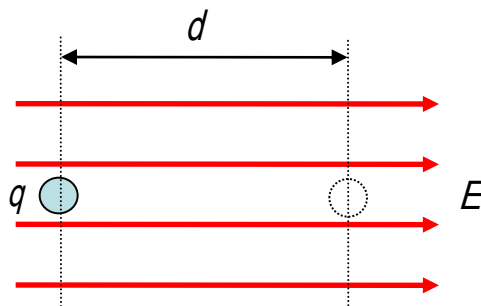
Zadanie 6

Układ Ziemia-jonosfera stanowi kondensator o pojemności $1.8F$ naładowany ładunkiem $5.4 \cdot 10^5 C$. Ile wynosi różnica potencjałów między jonosferą a Ziemią?

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{5.4 \cdot 10^5 C}{1.8F} = 300kV$$

Zadanie 7

Podczas przesuwania ładunku $q = 10\text{C}$ o $d = 50\text{cm}$ wzdłuż linii sił pola wykonano pracę 5J . Oblicz wartość natężenia pola.



Przesunięcie ładunku w polu elektrycznym oznacza wykonanie pracy przeciw sile pola. Oznacza to, że siła działająca na ładunek podczas przesuwania równoważyła siłę pola równą:

$$F = qE$$

Jeżeli pole jest jednorodne, to siła F jest stała. Praca wykonana podczas przesuwania ładunku wzdłuż linii sił pola jest równa:

$$W = Fd$$

Z powyższych równań otrzymujemy wyrażenie na natężenie pola:

$$E = \frac{W}{qd} = \frac{5\text{J}}{10\text{C} \cdot 0.5\text{m}} = 1 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Przykłady

Zadanie 8

Dwie przewodzące kule o promieniach r_1 i r_2 naładowano do potencjałów V_1 i V_2 . Oblicz wspólny potencjał obu kul po tym, jak zostaną one połączone metalowym przewodem.

Potencjał elektryczny metalowej kuli jest taki sam w całej jej objętości i równy potencjałowi ładunku punktowego w odległości równej promieniowi kuli. Zakładając, że na kulach zgromadzone są ładunki Q_1 i Q_2 mamy:

$$V_1 = k \frac{Q_1}{r_1} \qquad V_2 = k \frac{Q_2}{r_2}$$

Połączenie kul metalowym przewodem oznacza przepływ ładunku, aż do momentu wyrównania potencjałów obu kul. Nowe wartości ładunków to Q_1' i Q_2' , a wartość wspólnego potencjału to V .

$$V = k \frac{Q_1'}{r_1} \qquad V = k \frac{Q_2'}{r_2}$$

Ponieważ całkowity ładunek nie uległ zmianie możemy napisać:

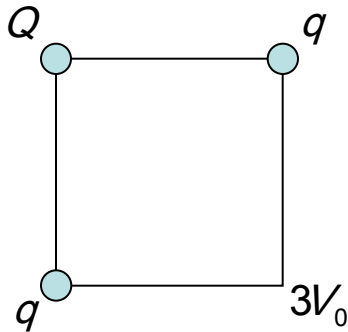
$$Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2'$$

Wykorzystując powyższe równania otrzymujemy wyrażenie na wspólny potencjał kul:

$$V = \frac{r_1 V_1 + r_2 V_2}{r_1 + r_2}$$

Zadanie 9

W przeciwległych wierzchołkach kwadratu umieszczono jednakowe ładunki q . Każdy z ładunków wytwarza w dwóch pozostałych wierzchołkach potencjał V_0 . Jaki ładunek Q należy umieścić w jednym z pozostałych wierzchołków aby w przeciwległym wierzchołku potencjał wynosił $3V_0$?



Potencjał $3V_0$ jest sumą potencjałów pochodzących od ładunków umieszczonych w trzech pozostałych wierzchołkach kwadratu. Załóżmy, że kwadrat ma bok o długości d . Wtedy możemy napisać:

$$V_0 = k \frac{q}{d}$$

Całkowity potencjał od ładunków q i Q w rozpatrywanym wierzchołku wynosi $3V_0$. Możemy go zapisać jako:

$$3V_0 = 2k \frac{q}{d} + k \frac{Q}{\sqrt{2}d} = 2V_0 + k \frac{Q}{\sqrt{2}d}$$

Z powyższych równań mamy:

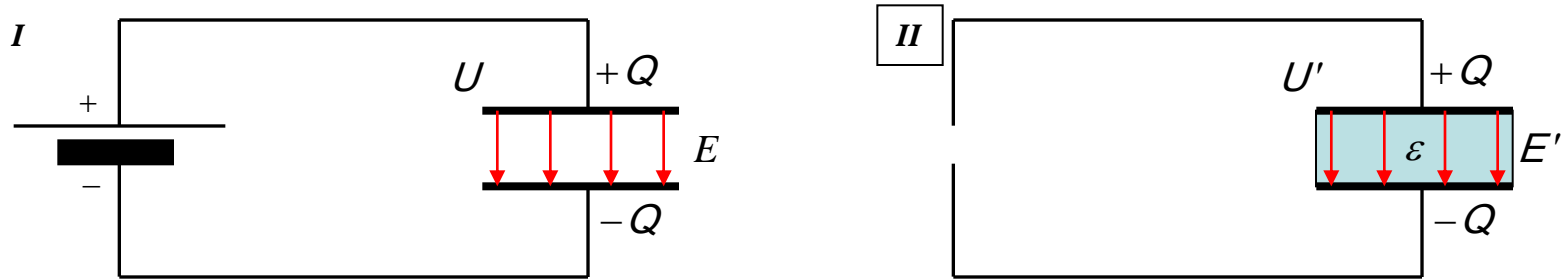
$$k \frac{q}{d} = k \frac{Q}{\sqrt{2}d}$$

Ostatecznie szukany ładunek Q wynosi:

$$Q = \sqrt{2}q$$

Zadanie 10

Kondensator płaski, którego okładki są odległe o d naładowano do napięcia U . Jak zmieni się natężenie pola wewnątrz kondensatora po odłączeniu źródła napięcia i wypełnieniu przestrzeni pomiędzy okładkami dielektrykiem o względnej przenikalności ε .



Przed wyłączeniem źródła napięcia natężenie pola pomiędzy okładkami wynosi $E=U/d$. Usunięcia źródła napięcia nie zmienia ładunku zgromadzonego na okładkach, natomiast wprowadzenie dielektryka zmienia pojemność kondensatora z $C = \varepsilon_0 S/d$ na C' , która będzie wynosić:

$$C' = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$$

Na mocy definicji pojemności ($C = Q/U$) możemy napisać dla sytuacji I i II:

$$\frac{Q}{U} = \varepsilon_0 \frac{S}{d} \quad \frac{Q}{U'} = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$$

Dzieląc powyższe równania stronami mamy: $\varepsilon = \frac{U}{U'}$. Wiedząc, że $U'=E'd$ otrzymujemy: $\varepsilon = \frac{U}{E'd}$

Ostateczny wynik ma więc postać: $E' = \frac{U}{\varepsilon d}$

Zadanie 11

Kondensator o pojemności C_1 naładowano do napięcia U , a następnie podłączono równolegle do drugiego, o pojemności C_2 , naładowanego takim samym ładunkiem. Ile wynosi energia na pierwszym kondensatorze przed i po połączeniu ?

Przed połączeniem energia na kondensatorze C_1 wynosi: $E_{c1} = \frac{C_1 U^2}{2}$, a ładunek: $Q = C_1 U$

Po dołączeniu drugiego kondensatora następuje przepływ ładunku, aż do ustalenia na obu kondensatorach wspólnego napięcia U' . Wtedy ładunki na kondensatorach wynoszą odpowiednio:

$$Q_1 = C_1 U' \qquad Q_2 = C_2 U'$$

Korzystając z zasady zachowania ładunku i eliminując z powyższych równań U' mamy:

$$Q = Q_1 + Q_2 = C_1 U = Q_1 + \frac{C_2}{C_1} Q_1$$

Wyrażenie na Q_1 ma więc postać:

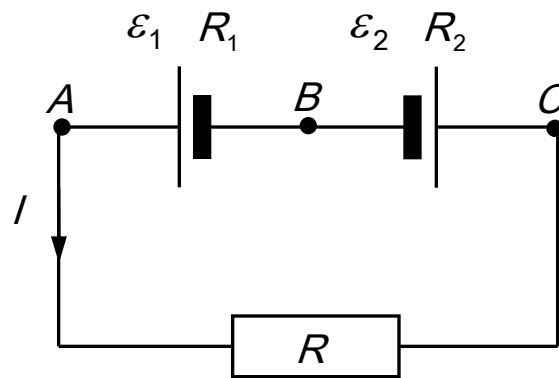
$$Q_1 = \frac{C_1^2 U}{C_1 + C_2}$$

Stosując wyrażenie na energię kondensatora postaci $E=Q^2/2C$ dostajemy:

$$E_{c1} = \frac{Q_1^2}{2C_1} = \frac{C_1^4 U^2}{2C_1(C_1 + C_2)^2}$$

Zadanie 12

W obwodzie są dwie baterie o przeciwnie skierowanych siłach elektromotorycznych ε_1 i ε_2 i oporach wewnętrznych R_1 i R_2 . Opornik ma opór R . Jaka jest różnica potencjałów pomiędzy punktami A i B, a jaka między B i C?



Zakładamy kierunek przepływu prądu przeciwny do ruchu wskazówek zegara. Przy takim założeniu ε_1 ma znak dodatni, natomiast ε_2 znak ujemny.

Drugie prawo Kirchoffa dla rozpatrywanego obwodu ma postać:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = IR + IR_1 + IR_2$$

Stąd możemy otrzymać wartość płynącego w obwodzie prądu:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R + R_1 + R_2}$$

Napięcie pomiędzy punktami A i B jest sumą siły elektromotorycznej i spadku napięcia na oporze wewnętrznym baterii:

$$U_{AB} = \varepsilon_1 - IR_1 = \varepsilon_1 - R_1 \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R + R_1 + R_2}$$

Podobnie dla punktów B i C mamy:

$$U_{BC} = -\varepsilon_2 - R_2 \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R + R_1 + R_2}$$

Zadania do samodzielnego rozwiązania

1. Obliczyć pracę potrzebną do umieszczenia dwóch ładunków $+q$ i dwóch ładunków $-q$ w wierzchołkach kwadratu o boku a , w taki sposób, że ładunki o tych samych znakach znajdują się w wierzchołkach przeciwnych. (odp: $(\sqrt{2}-4)kq^2/a$)
2. Jaką prędkość będzie miał elektron po przebyciu różnicy potencjałów U ? Prędkość początkowa elektronu jest równa zero, masę i ładunek elektronu potraktować jako dane. (odp: $\sqrt{(2eU/m)}$)
3. Elektron wpada z prędkością v w obszar działania pola elektrycznego o natężeniu E i przebywa drogę s poruszając się w kierunku zgodnym do kierunku pola. O ile wzrośnie jego energia kinetyczna po przebyciu drogi s ? Masę i ładunek elektronu potraktować jako dane. (Odp: eEs)
4. Dwie duże, równoległe, metalowe płyty znajdują się w odległości d i mają jednakowe lecz o przeciwnych znakach ładunki na naprzeciwległych powierzchniach. Na ładunek q umieszczony w połowie drogi między dwiema płytami działa siła F . Jaka jest różnica potencjałów między płytami? (odp: Fd/q)
5. Dwa kondensatory o pojemnościach C_1 i C_2 połączono szeregowo a następnie dostarczono układowi obu kondensatorów ładunek Q . Jaka jest pojemność takiego układu i jakie napięcie ustaliło się na okładkach każdego z kondensatorów?

$$C_w = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}, U_1 = \frac{Q}{C_1}, U_2 = \frac{Q}{C_2}$$

6. Dwa kondensatory o pojemności C_1 i C_2 są połączone szeregowo. Do zacisków baterii kondensatorów przyłożono napięcie U . Jaka jest energia każdego z kondensatorów?

$$Q = \frac{C_1 C_2 U}{C_1 + C_2}, E_1 = \frac{Q^2}{2C_1}, E_2 = \frac{Q^2}{2C_2}$$

7. Kondensator naładowano, a następnie odłączono od źródła napięcia. Do kondensatora równoległe podłączono drugi, taki sam kondensator. Jak zmieni się energia układu po podłączeniu? (odp: zmaleje dwukrotnie)
8. Obwód składa się z dwóch szeregowo połączonych baterii i oporu R . W takim obwodzie płynie prąd o natężeniu I_1 . W obwodzie, w którym baterie są połączone równoległe płynie prąd o natężeniu I_2 . Jakie siły elektromotoryczne i opory wewnętrzne mają baterie?

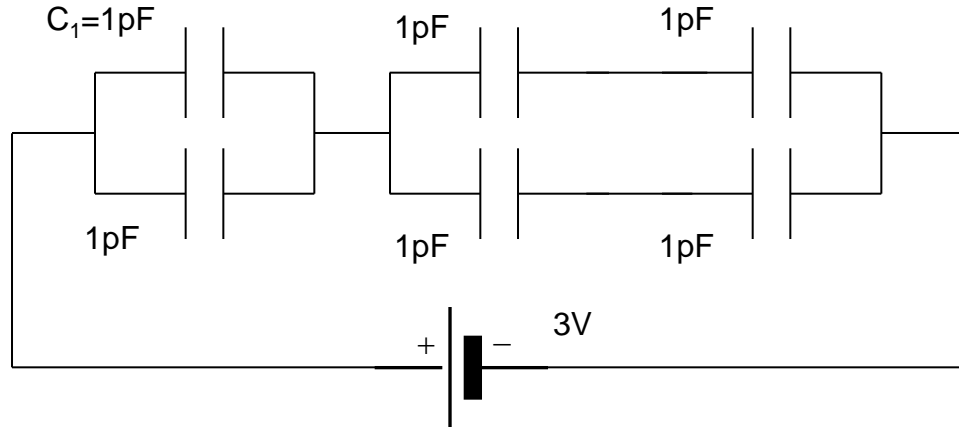
$$r = \frac{I_1 - 2I_2}{I_2 - 2I_1}, \varepsilon = I_2 \left(R + \frac{r}{2} \right)$$

Zadania do samodzielnego rozwiązania

8. W jakiej temperaturze opór włókna wolframowego żarówki (temperaturowy współczynnik oporu wolframu wynosi $46 \cdot 10^{-4} K^{-1}$) w stosunku do oporu zmierzonego w temperaturze $25^{\circ}C$ wzrośnie 10 razy? ($1957^{\circ}C$)

Ile wynosi miesięczny koszt energii elektrycznej zużywanej przez maszynkę do golenia o mocy 16W, jeśli golenie trwa około 5 minut a 1kWh kosztuje 18gr? (odp: 0.72gr)

9. Oblicz pojemność baterii kondensatorów, napięcie na kondensatorze C1 oraz sumę ładunków zgromadzonych na wszystkich kondensatorach (odp: $2/3 pF$, 1V, 6pC)



10. Oblicz natężenie prądu czerpanego ze źródła, natężenie prądu płynącego przez opornik R_2 , napięcie na oporniku R_1 . (odp: 4A, 1A, 6V)

