

WIP. Zadania na III sprawdzian z Fizyki 1. Ruch obrotowy i drgania harmoniczne. (przyjąć $g=10 \text{ m/s}^2$)

1. Ze szczytu równi pochyłej o kącie nachylenia do poziomu $\theta = 30^\circ$ i wysokości $h = 2,5 \text{ m}$ staczają się bez poślizgu:

(1) cienka obręcz, (2) pełen krążek, każde o masie $m=0,4 \text{ kg}$ i promieniu $R = 10 \text{ cm}$. Oblicz dla każdej z brył obrotowych:

- przyspieszenie kątowe oraz przyspieszenie liniowe środka masy;
- jaki powinien być współczynnik tarcia statycznego między równią a powierzchnią bryły, aby bryła stoczyła się bez poślizgu?
- prędkość kątową oraz prędkość liniową środka masy u podstawy równi;
- czas staczania się do podstawy równi.

2. W koniec pręta o długości $l = 2 \text{ m}$ i masie $M = 8 \text{ kg}$ leżącego na gładkim, poziomym podłożu uderza prostopadłe krążek o masie $m = 0,5 \text{ kg}$, poruszający się z prędkością $v_0 = 10 \text{ m/s}$. Zderzenie jest doskonale sprężyste. Oblicz:

- prędkość kątową ω pręta po zderzeniu;
- prędkość liniową u środka masy pręta po zderzeniu;
- prędkość liniową v krążka po zderzeniu.

3. Bryła kitu o masie $m = 2 \text{ kg}$ leci z prędkością $v = 10 \text{ m/s}$ w kierunku prostopadłym do pręta o takiej samej masie m i długości $l = 1 \text{ m}$, który leży na gładkim, poziomym stole. Kit uderza w koniec pręta i przykleja się do niego. Oblicz:

- prędkość kątową ω pręta z kitem po zderzeniu;
- prędkość liniową u środka masy pręta z kitem po zderzeniu;
- zmianę energii kinetycznej układu ΔK podczas zderzenia.

4. Na środku stolika, który może się obracać bez tarcia wokół pionowej osi, stoi człowiek o masie $M = 80 \text{ kg}$ i trzyma w obu dłoniach hantle o masie $m = 2 \text{ kg}$ każda. Początkowo człowiek ma rozłożone szeroko ramiona a stolik zostaje wprawiony w ruch obrotowy o częstotliwości $f_1 = 0,5 \text{ Hz}$. Następnie człowiek zgina ramiona ściągając hantle ku tułowiu (jedną na piersi, drugą na plecy). Rozpiętość rozłożonych ramion wynosi 160 cm , natomiast hantle przyciśnięte do ciała znajdują się 20 cm od siebie, w obu przypadkach symetrycznie względem osi obrotu. Potraktuj ciało człowieka jak jednorodny walec o promieniu $R = 15 \text{ cm}$ i zaniedbaj wpływ ułożenia ramion na moment bezwładności człowieka. Zaniedbaj także moment bezwładności stolika. Oblicz:

- częstotliwość f_2 obrotów człowieka po ściągnięciu ramion;
- zmianę energii kinetycznej układu ΔE na skutek ściągnięcia hantli.

5. W czasie ćwiczeń na miękkim materacu upadasz swobodnie z pozycji pionowej zachowując sztywną postawę na baczność i nie odrywając stóp od materaca. Traktując swoje ciało jak jednorodny cienki pręt, oblicz:

- swoją prędkość kątową ω w chwili zetknięcia się z materacem;
- swoje przyspieszenie kątowe α tuż przed zetknięciem się z materacem;
- prędkość v czubka swojej głowy w chwili zetknięcia się z materacem.

6. Klocek o masie $m=0,5 \text{ kg}$, przyczepiony do ściany za pomocą poziomej sprężyny, wykonuje drgania o amplitudzie $x_0=10 \text{ cm}$ i okresie $T=1,0 \text{ s}$ poruszając się bez tarcia po poziomej powierzchni. Masę sprężyny zaniedbujemy. Oblicz:

- stałą sprężyny k ;
- największą prędkość klocka;
- całkowitą energię tego oscylatora;
- energię potencjalną, energię kinetyczną i prędkość klocka w chwili, gdy wychylenie z położenia równowagi jest $x=4 \text{ cm}$.

7. Dwie masy $m_1 = 1 \text{ kg}$ i $m_2 = 2 \text{ kg}$ leżą na poziomym stole bez tarcia i są przyczepione do przeciwnych końców sprężyny. Gdy rozciągnięto sprężynę i zwolniono obie masy równocześnie, układ drga z częstością kątową $\omega = 6 \text{ s}^{-1}$. Oblicz stałą sprężyny k .

8. Kostka lodu może ślizgać się bez tarcia wewnątrz miski o kształcie wycinka sfery o promieniu R . Gdy kostkę przesunięto z dna po ścianie miski na niewielką wysokość $h \ll R$ i puszczono, zaczęła się ona ślizgać w tę i z powrotem powracając co $T=2,0 \text{ s}$ do punktu, z którego ją puszczono. Oblicz promień krzywizny miski R . Zapisz wyrażenie, które opisuje położenie kostki w funkcji czasu.

9. Cienki pręt o masie $M=3 \text{ kg}$ i długości $l=2,0 \text{ m}$ może się obracać względem poziomej osi, która przecina go prostopadłe w odległości $x=l/4$ od środka. Do końców pręta przymocowane są dwa małe ciężarki, każdy o masie $m = 2 \text{ kg}$. W stanie równowagi pręt wisi pionowo. Oblicz:

- moment bezwładności I tego wahadła względem osi obrotu i okres jego małych drgań T ;
- moment bezwładności I_1 względem osi obrotu i okres małych drgań T_1 wahadła, gdy z pręta zdjęto górny ciężarek;
- moment bezwładności I_2 względem osi obrotu i okres małych drgań T_2 wahadła, gdy z pręta zdjęto dolny ciężarek.

10. Piłka o masie $m = 0,3 \text{ kg}$ jest zawieszona między dwiema jednakowymi sprężynami. Jedna ze sprężyn jest przymocowana do podłogi, a druga do framugi drzwi tak, że obie są rozciągnięte wzdłuż linii pionowej. Długość każdej z rozciągniętych sprężyn jest $l = 1 \text{ m}$. Gdy piłkę przesunięto z położenia równowagi w kierunku poziomym i puszczono, wykonywała ona małe drgania o okresie $T_1 = 0,6 \text{ s}$. Gdy piłkę przesunięto w kierunku pionowym i puszczono, wykonywała małe drgania o okresie $T_2=0,2 \text{ s}$. Zaniedbaj masę sprężyn i siłę ciężkości działającą na piłkę. Oblicz:

- stałą sprężyny k każdej z dwu sprężyn;
- siłę F_0 z jaką działa każda ze sprężyn na piłkę w położeniu równowagi;
- długość swobodną l_0 każdej ze sprężyn.

Odpowiedzi:

1. a) $\alpha_1 = 25,0 \text{ s}^{-2}$; $a_1 = 2,50 \text{ m/s}^2$; $\alpha_2 = 33,3 \text{ s}^{-2}$; $a_2 = 3,33 \text{ m/s}^2$; b) $\mu_1 > 0,289$; $\mu_2 > 0,193$;
c) $\omega_1 = 50,0 \text{ s}^{-1}$; $v_1 = 5,00 \text{ m/s}$; $\omega_2 = 57,74 \text{ s}^{-1}$; $v_2 = 5,77 \text{ m/s}$; d) $t_1 = 2,00 \text{ s}$; $t_2 = 1,73 \text{ s}$.
2. a) $\omega = 3,0 \text{ s}^{-1}$; b) $u = 1,0 \text{ m/s}$; c) $v = 6,0 \text{ m/s}$.
3. a) $\omega = 12,0 \text{ s}^{-1}$; b) $u = 5,0 \text{ m/s}$; c) $\Delta K = -20 \text{ J}$ (spadek).
4. a) $f_1 = 1,84 \text{ Hz}$; b) $\Delta K = 45,75 \text{ J}$ (wzrost).
5. przy wzroście 180 cm: a) $\omega = 4,08 \text{ s}^{-1}$; b) $\alpha = 8,33 \text{ s}^{-2}$; c) $v = 7,35 \text{ m/s}$.
6. a) $k = 19,74 \text{ N/m}$; b) $v_0 = 0,63 \text{ m/s}$; c) $E_c = 0,099 \text{ J}$; d) $U = 0,016 \text{ J}$; $K = 0,083 \text{ J}$; $v = 0,58 \text{ m/s}$.
7. $k = 24 \text{ N/m}$.
8. $R = 1,01 \text{ m}$.
9. a) $I = 6,75 \text{ kg m}^2$; $T = 2,76 \text{ s}$; b) $I_1 = 6,25 \text{ kg m}^2$; $T_1 = 2,34 \text{ s}$; c) $I_2 = 2,25 \text{ kg m}^2$; $T_2 = 4,215 \text{ s}$.
10. a) $k = 148 \text{ N/m}$; b) $F_0 = 16,45 \text{ N}$; c) $l_0 = 0,89 \text{ m}$.